

ΘΕΜΑ Α

- A1. Αν x_1, x_2, \dots, x_k είναι οι τιμές μίας μεταβλητής X που αφορά άτομα ενός δείγματος μεγέθους n , $k \leq n$, να αποδείξετε ότι για τις αντίστοιχες σχετικές συχνότητες f_i ισχύει ότι:

$$f_1 + f_2 + \dots + f_k = 1.$$

Μονάδες 6

- A2. Να χαρακτηρίσετε τις ακόλουθες προτάσεις ως **Σωστές** ή **Λανθασμένες**:

- (α) Το ραβδόγραμμα (barchart) χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μίας ποσοτικής μεταβλητής.
- (β) Η διακύμανση/διασπορά μετρείται στις ίδιες μονάδες που μετριοούνται και οι παρατηρήσεις του δείγματος.
- (γ) Σε ένα δείγμα 5 παρατηρήσεων με μέση τιμή $\bar{x} = 6$ αν αυξήσουμε μία παρατήρηση κατά 2 μονάδες τότε θα αυξηθεί και η μέση τιμή κατά 2 μονάδες.
- (δ) Η διάμεσος ενός δείγματος είναι πάντοτε ίση με μία από τις παρατηρήσεις του δείγματος.
- (ε) Το εύρος (R) ενός δείγματος μας δείχνει την απόσταση της μεγαλύτερης από την μικρότερη παρατήρηση.

Μονάδες 10

- A3. Ποιες μεταβλητές ονομάζουμε **ποσοτικές** και σε ποιες κατηγορίες τις διακρίνουμε; Να δώσετε από τρία παραδείγματα για κάθε κατηγορία που θα γράψετε.

Μονάδες 6

- A4. Να χαρακτηρίσετε την ακόλουθη πρόταση ως **Σωστή** ή **Λανθασμένη** και να **αιτιολογήσετε** την απάντησή σας:

«Αν οι 400 παρατηρήσεις ενός δείγματος ακολουθούν περίπου κανονική κατανομή με μέση τιμή $\bar{x} = 46$ και τυπική απόκλιση $s = 4$ τότε περίπου 480 από αυτές είναι μικρότερες ή ίσες από 54».

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ Β

Οι θερμοκρασίες των τελευταίων 10 ημερών στην πόλη της Χαλκίδας ήταν οι εξής:

27, 24, 27, 27, 26, 25, 24, 25, 28, 27.

- B1. Να κατασκευάσετε έναν πίνακα συχνοτήτων για το παραπάνω δείγμα που να συμπεριλαμβάνει τις απόλυτες (v_i) και σχετικές (f_i) συχνότητες καθώς και τις αντίστοιχες αθροιστικές συχνότητες.

Μονάδες 8

B2. Να σχεδιάσετε τα διαγράμματα και πολύγωνα σχετικών και αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων για το παραπάνω δείγμα.

Μονάδες 5

B3. Να υπολογίσετε τη μέση και τη διάμεση θερμοκρασία καθώς και την τυπική απόκλιση για το παραπάνω δεκαήμερο.

Μονάδες 9

B4. Να εξετάσετε αν το παραπάνω δείγμα είναι ομοιογενές.

Μονάδες 3

Δίνεται: $\sqrt{1.8} = 1.34$.

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται ο παρακάτω πίνακας συχνοτήτων για ένα δείγμα n παρατηρήσεων:

$[\alpha_i, \beta_i)$	x_i	v_i	f_i	$f_i\%$	N_i	F_i	$F_i\%$
$[-4,0)$		4					
$[0,4)$			0,25				
$[4,8)$							90
$[8,12)$		2					
Σύνολο	—				—	—	—

Γ1. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Μονάδες 9

Γ2. Να βρείτε τη διάμεσο (δ) του δείγματος.

Μονάδες 8

Γ3. Έστω \bar{x} και s η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση του παραπάνω δείγματος αντίστοιχα. Αν \bar{x}' και s' είναι η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση του δείγματος αφού πολλαπλασιάσουμε κάθε παρατήρησή του με -4 , να λύσετε την εξίσωση:

$$x^2 - \frac{s' - s}{s}x - \frac{4\bar{x} - \bar{x}'}{\bar{x}'} = 0.$$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται το παρακάτω δείγμα:

2, 4, 3, a , 0,

όπου $a \in \mathbb{R}$.

Δ1. Να βρείτε την τιμή του a για την οποία για τη μέση τιμή (\bar{x}) του δείγματος ισχύει $\bar{x} = 3$.

Μονάδες 4

Δ2. Να βρείτε τις τιμές του a για τις οποίες για τη διάμεσο (δ) του δείγματος ισχύει $\delta = 3$.

Μονάδες 5

Δ3. Να βρείτε τις τιμές του a για τις οποίες $\bar{x} = \delta$.

Μονάδες 7

Δ4. Για $a = 6$:

(α') Να δείξετε ότι το δείγμα είναι ανομοιογενές.

Μονάδες 2

(β') Να βρείτε την ελάχιστη τιμή της θετικής σταθεράς c που πρέπει να προσθέσουμε σε κάθε παρατήρηση έτσι ώστε το δείγμα να γίνει ομοιογενές.

Μονάδες 7